1. Montrer que f est continue en 0.
2. Etudier la dérivabilité de f en 0.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
4. Montrer que $f'(x)$ est de même signe que $g(x)$.

En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.

5. Monter que $f(\alpha)=\dfrac{1}{e^{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha}}$.

C/ 1. Etudier le sens de variation de la fonction h définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{1}{e^{x}-\dfrac{1}{x}}$.

2. En utilisant l'encadrement $(*)$ du réel α, déterminer un encadrement de $f(\alpha)$.

En déduire que 0.38 est une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-2}.

3. Tracer la courbe C et préciser ses tangentes aux points d'abscisses 0 et α.

40 Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

A/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{1}{2}x+\left(\dfrac{1-x}{2}\right)e^{2x}$.

On désigne par C la courbe représentative de f. (On prendra 2cm pour unité graphique)

1. a. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b. Montrer que la droite Δ d'équation $y=\dfrac{1}{2}x$ est une asymptote à la courbe C.

c. Etudier la position de la droite Δ par rapport à la courbe C.

2. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$.

3. Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x)=1+(1-2x)e^{2x}$.

a. Etudier le sens de variation de u.

b. Montrer que l'équation $u(x)=0$ possède, dans l'intervalle $[0,1]$, une solution unique α.

c. Déterminer une valeur approchée décimale de α par excès à 10^{-2} près.

d. Déterminer le signe de $u(x)$ sur $\mathbb{R}$.

4. Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

B/ On considère la courbe C' d'équation $y=e^{x}$ et la droite Δ' d'équation $y=x$.

1. Pour tout réel t, on désigne par M_t le point de C' d'abscisse t. La tangente T à la courbe C' au point M_t coupe l'axe des ordonnées au point N_t.

Déterminer les coordonnées du point N_t.

2. Pour tout réel t, on désigne par P_t le point de Δ' d'abscisse t et par G_t le barycentre des points pondérés $(O,1)$, $(M_t,1)$, $(P_t,1)$ et $(N_t,1)$.

a. Placer les points M_{-2}, P_{-2} et N_{-2} puis construire en le justifiant le point G_{-2}.

b. Déterminer en fonction de t, les coordonnées du point G_t.

3. Quel est l'ensemble des points G_t, quand t décrit $\mathbb{R}$?

C/ 1. Construire la courbe C.

2. Calculer l'aire $\mathcal{A}$, en cm^2, de la partie du plan délimitée par la courbe C, la droite Δ et les droites d'équations $x=0$ et $y=0$.

41 On se propose d'étudier la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=\begin{cases}(x+1)e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x>0,\\ 0 & \text{si } x=0.\end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Etude des variations de f.

a. Montrer que la dérivée f' de f sur $[0,+\infty[$ est de la forme $e^{-\frac{1}{x}}Q(x)$, où Q est une fonction rationnelle.

b. Déterminer la limite de $(1+t)e^{-t}$ lorsque t tend vers $+\infty$.

En déduire que f est dérivable à droite en 0 et déterminer $f'_d(0)$.

c. Etudier le sens de variation de f.

d. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn